Uitwerking tentamen mechanica 16-8-2000.

1 De kinetische energie op $t=0$ is 0 J. Als het zwaartepunt 15 cm is opgeschoven heeft het wel een lineaire snelheid en een rotatiesnelheid

② $T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2}\cdot 21\cdot(0{,}24\,\omega)^2 + \frac{1}{2}\cdot 21\cdot(0{,}18)^2\cdot\omega^2$

$0{,}605\,\omega^2 + 0{,}34\,\omega^2 = 0{,}945\,\omega^2$

energiebalans

De T komt uit geleverde arbeid

① $W_{krachtmoment} = M\cdot\theta = 23\cdot\theta$ ① $s_2 = 15\text{ cm} = \theta\cdot r \Rightarrow \theta = \frac{0{,}15}{0{,}24} = 0{,}625\text{ rad}$

$W_{kracht} = 23\cdot 0{,}625 = 14{,}375$ J.

Ook de potentiële energie van de veer wordt gehaald uit W_{kr}.

2 $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\cdot 160\cdot(0{,}3)^2 = 7{,}200$ J

2 $\Rightarrow W_{kr} - U = T_2 \Rightarrow 14{,}375 - 7{,}200 = 7{,}175\text{ J} = 0{,}945\,\omega^2$

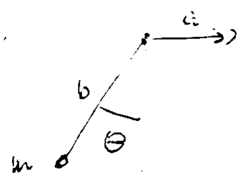
1 $\omega^2 = 7{,}593$ $\underline{\omega = 2{,}76\text{ rad/s}}$

2 Boven op drempel moet de T geheel of gedeeltelijk zijn omgezet in U.

$T = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot v^2 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}156\,\omega^2$, $\omega = 5v$ $U = 10\cdot 9{,}81\cdot 0{,}03 = 2{,}943$ J

$5v^2 + 1{,}95v^2 = 6{,}95v^2 = 2{,}943 \Rightarrow v^2 = 0{,}3792$

$v = 0{,}61$ m/s

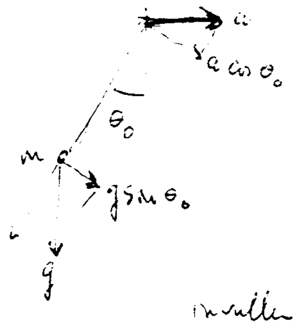
3. 

$x = \frac{1}{2}at^2 - b\sin\theta$ $y = -b\cos\theta$

$\dot x = at - b\dot\theta\cos\theta$ $\dot y = b\dot\theta\sin\theta$

$L = \frac{1}{2}m(\dot x^2 + \dot y^2) - mgy = \frac{1}{2}m(a^2t^2 - 2atb\dot\theta\cos\theta + b^2\dot\theta^2) + mgb\cos\theta$

$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot\theta} = \frac{\partial L}{\partial\theta} \Rightarrow \ddot\theta + \frac{g}{b}\sin\theta - \frac{a}{b}\cos\theta = 0$ (1)



In evenwicht: $a\cos\theta_0 = g\sin\theta_0$

$\sin\theta \simeq \sin\theta_0 + (\theta-\theta_0)\cos\theta_0$ $\sin\theta_0 = \frac{a}{\sqrt{a^2+g^2}}$

$\cos\theta \simeq \cos\theta_0 - (\theta-\theta_0)\sin\theta_0$ $\cos\theta_0 = \frac{g}{\sqrt{a^2+g^2}}$

$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{a^2+g^2}}(a + g\theta - g\theta_0)$

$\cos\theta \simeq \frac{1}{\sqrt{a^2+g^2}}(g - a\theta + a\theta_0)$

invullen in (1)

$\Rightarrow \ddot\theta + \frac{\sqrt{g^2+a^2}}{b}\theta = \frac{\sqrt{g^2+a^2}}{b}\theta_0$

$\Rightarrow \omega = \frac{(g^2+a^2)^{1/4}}{b^{1/2}}$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\sqrt{b}}{\sqrt[4]{g^2+a^2}}$

4 Wanneer k gehalveerd wordt verandert U maar T blijft gelijk.

In een cirkelbaan zijn T en U gelijk aan de gemiddelde waarden

In een $\frac{1}{r^2}$ veld geldt $\langle T \rangle = -\frac{1}{2}\langle U \rangle$

Zodat : $E = T + U = -\frac{1}{2}U + U = \frac{1}{2}U$

Als k gehalveerd wordt, wordt $U_{nieuw} = \frac{1}{2}U \implies E_{final} = T + U_n = -\frac{1}{2}U + \frac{1}{2}$

dat is een voorwaarde voor een parabolische baan